УДК 621.314
DOI DOI https://doi.org/10.32782/2663-5941/2026.2.2/13

Ткачов А.К.
https://orcid.org/0009-0008-7450-0733
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Яганов П.О.
https://orcid.org/0000-0001-7358-9846
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

АНАЛІЗ ВИКОРИСТАННЯ ФУНКЦІЇ ЛАМБЕРТА У МОДЕЛЮВАННІ ТМП СОНЯЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ТА СПРОЩЕНОГО АНАЛІТИЧНОГО ПІДХОДУ

У роботі досліджено застосування аналітичних підходів для визначення точки максимальної потужності (ТМП) сонячного елемента. За результатами аналізу встановлено, що більшість аналітичних методів базуються на використанні функції Ламберта для аналітичних розрахунків параметрів ТМП. Використання подібних підходів дає змогу спростити методологію пошуку ТМП та суттєво скоротити час обчислень. Разом з тим, у дослідженні розглянуто можливість обчислення функції Ламберта в контролерах слідкування за точкою максимальної потужності (Maximum Power Point Tracking – MPPT) без апроксимацій. Показано, що реалізація такого підходу потребує значних обчислювальних ресурсів на базі потужних процесорів, що зумовлює їх підвищення вартості та енергоспоживання. Додатково проаналізовано методи апроксимації функції Ламберта, зокрема розклад у ряд, логарифмічну апроксимацію та розширену апроксимацію із застосуванням формули Шенкса. Такі підходи дозволяють знизити вимоги до обчислювальних засобів у MPPT-контролерах, проте навіть обчислення апроксимації вимагає значних ресурсів. На основі цього проведено дослідження альтернативних аналітичних методів знаходження ТМП та оцінено можливості їх практичного впровадження. Запропонований аналітичний метод ґрунтується на іншому принципі визначення параметрів ТМП і є більш придатним для реалізації на мікроконтролерах з обмеженими ресурсами. Попри необхідність застосування ітераційних алгоритмів для розрахунку, метод виявився значно ефективнішим за використання аналітичних виразів, побудованих на основі функції Ламберта. Отримані результати свідчать, що швидкодія такого підходу щонайменше у чотири рази перевищує відповідні показники для методів, що базуються на апроксимації функції Ламберта. Це відкриває можливість створення більш ефективних MPPT-контролерів на основі звичайних мікроконтролерних процесорів, що дозволяє зменшити собівартість та енергоспоживання відповідних систем.

Ключові слова: *Сонячний елемент, MPPT, функція Ламберта, апроксимація.*

Постановка проблеми. Сфера сонячної енергетики перебуває у стані активного розвитку, спрямованого на підвищення ефективності сонячних елементів та оптимізацію способів їх використання. Сонячні елементи як фізичні компоненти характеризуються нелінійною залежністю між напругою та струмом, а отже – і нелінійною характеристикою потужності від напруги. Оскільки для сонячного елемента не існує однозначної аналітичної формули, що точно описує його вольт-амперну характеристику (ВАХ), на практиці застосовують еквівалентні схеми заміщення. Однією з найпоширеніших є однодіодна модель, яка описує графік ВАХ із використанням рівняння Шоклі для струму через діод. Оскільки, у сонячних елементів враховуються також паразитні опори (послідовний та шунтовий), аналітичне визначення цієї залежності є досить складним завданням.

На початкових етапах розвитку сонячної енергетики точка максимальної потужності (ТМП) – тобто робоча точка, в якій добуток струму на напругу досягає максимуму, – визначалась за допомогою ітераційних алгоритмів. Такі алгоритми (зокрема методи поступового наближення, сканування навантаження або інкрементальної провідності) потребують певного часу для встановлення режиму роботи в околі оптимальної точки. Це призводить до додаткових втрат, особливо за швидкозмінних умов освітленості чи температури, та знижує ефективність роботи фотоелектричних систем. Контролери, які підтримують робочу точку сонячного елемента під час роботи системи, отримали назву системи слідкування за точкою максимальної потужності (ССТМП).

З подальшим розвитком галузі зросла увага до аналітичного визначення ТМП. Це зумовило більш детальне вивчення рівняння сонячного елемента в ТМП та виявлення певних обмежень класичних ітераційних методів щодо досягнення високого коефіцієнта корисної дії (ККД). Через наявність експоненційної змінної більшість аналітичних методів вирішуються за допомогою функції Ламберта, яка дозволяє спростити вигляд складних нелінійних рівнянь і отримати більш точні результати. Проте обчислення функції Ламберта потребує наявності спеціалізованих бібліотек та значних обчислювальних ресурсів, що підвищує вартість ССТМП. Крім того, використання цієї функції ускладнює реалізацію алгоритмів у мікроконтролерах з обмеженими ресурсами, що часто застосовуються у побутових та компактних сонячних системах.

Це стимулює пошук адаптивних та спрощених математичних моделей, які дозволяють зменшити обчислювальні витрати без значної втрати точності та забезпечують більш ефективну роботу фотоелектричних систем. Збереження високої точності при зниженні вимог до обчислень є ключовою задачею сучасного моделювання та керування сонячними елементами.

Таким чином, актуальною залишається задача критичного аналізу доцільності використання функції Ламберта при моделюванні ТМП сонячних елементів та пошуку спрощених підходів, що дозволяють зберегти достатню точність і одночасно зменшити обчислювальні витрати, підвищуючи загальну ефективність роботи фотоелектричних систем.

Метою цієї роботи є дослідження складності застосування функції Ламберта при аналітичному визначенні точки максимальної потужності сонячних елементів та обґрунтування доцільності використання альтернативних, простіших аналітичних методів, здатних забезпечити достатню точність результатів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. За результатами огляду наукових джерел встановлено, що більшість робіт, присвячених аналітичному визначенню точки максимальної потужності (ТМП) фотогальванічних систем, ґрунтуються на застосуванні функції Ламберта. Це пояснюється тим, що основою більшості досліджень є однодіодна модель заміщення сонячного елемента, у якій виникає нелінійне рівняння з експоненційною залежністю струму від напруги. Використання функції Ламберта дозволяє подати це рівняння у явній формі та значно спростити подальший математичний аналіз, зокрема при визначенні ТМП.

Загалом зазначені методи спираються на дослідження математичної моделі вольт-амперної характеристики (ВАХ) однодіодної схеми сонячного елемента. У низці робіт у модель включено шунтовий опір, однак існує також значна кількість публікацій, де цим параметром нехтують. Це обґрунтовується тим, що для більшості типових сонячних елементів величина шунтового опору на кілька порядків перевищує послідовний, а струм, що протікає через нього, є практично нульовим [1].

У дослідженні [2] запропоновано аналітичну формулу для визначення ТМП на основі однодіодної моделі без врахування шунтового опору. Автори обґрунтовують низку спрощень, зроблених під час перетворень, доводячи їхній незначний вплив на кінцевий результат. Це дозволяє записати рівняння у формі, яку можна виразити через функцію Ламберта.

В іншій роботі [3] формула для визначення ТМП також була отримана із застосуванням функції Ламберта, проте, на відміну від попереднього дослідження, модель включає всі параметри однодіодної схеми, зокрема шунтовий опір. Такий підхід забезпечує більш точне визначення ТМП.

У дослідженні [4] зосереджено увагу на спрощенні аргументу функції Ламберта шляхом перетворення та розширення однодіодної моделі. За базовий об'єкт взято ідеальний сонячний елемент без послідовного та шунтового опорів. Формули для визначення струму й напруги в ТМП отримано шляхом поєднання ідеалізованої моделі з реальними параметрами послідовного та шунтового опору.

Окремо слід відзначити альтернативний підхід [5], що не використовує функцію Ламберта. Він базується на аналізі поведінки струму та напруги безпосередньо в точці максимальної потужності. У разі, якщо один із параметрів може бути визначений з достатньою достовірністю, обчислення іншого значно спрощується. Автори подають цей метод як простішу альтернативу порівняно зі складними аналітичними перетвореннями.

Постановка завдання. Метою статті є дослідження застосування аналітичних підходів для визначення точки максимальної потужності (ТМП) сонячного елемента

Виклад основного матеріалу. Сонячний елемент є складним фізичним компонентом і не має точного аналітичного опису.. Внаслідок цього його вольт-амперна характеристика (ВАХ) є суттєво нелінійною. Проте, застосовуючи еквівалентні моделі заміщення, можна отримати наближене математичне представлення ВАХ. Найбільш розповсюдженою для сонячних елементів є однодіодна модель заміщення, оскільки вона забезпечує моделювання поведінки ВАХ з досить високою точністю. Для однодіодної моделі заміщення формула, що описує ВАХ такого сонячного елемента, наведена в рівнянні (1).

$$I = I_{кз} - I_0\left(e^{\left(\frac{q(U+IR_s)}{nKT}\right)} - 1\right) - \frac{U + IR_s}{R_{sh}} \qquad (1)$$

Враховуючи наявність експоненційного члена, як було зазначено в попередньому розділі, у багатьох дослідженнях для знаходження ТМП застосовують функцію Ламберта. Вона дозволяє привести похідну рівняння (1) до вигляду з однією невідомою, що значно спрощує аналітичні обчислення.

Функція Ламберта W(x) є математичним інструментом для розв’язання рівнянь виду $y = xe^x$. У контексті фотогальванічних систем, що містять сонячні елементи, її застосовують для аналітичного визначення ТМП через похідну рівняння (1). Завдяки властивостям цієї функції, нелінійне рівняння з експоненційним членом може бути приведене до простішої форми, що містить лише одну невідому і значно спрощує обчислення.

Цей математичний інструмент використовується практично майже у всіх дослідженнях, де аналітично визначають напругу або струм у точці максимальної потужності на основі похідної ВАХ. Вона забезпечує явну форму рішення, дозволяючи зменшити складність обчислень і отримати точні аналітичні результати для ТМП.

Графік функції Ламберта представлений на Рис.1. Фактично, ця функція є монотонно зростаючою для усіх значень x [0...+∞]. Ця гілка має назву основної гілки функції Ламберта $W_0(x)$. Інша гілка, що є спадаючою на проміжку x $[e^{-1}...0)$ використовується доволі рідко для спеціалізованих задач. Для визначення параметрів ТМП зазначених в статтях, аргумент функції W(x) є завжди додатнім, тому для цієї задачі визначальною є саме додатня гілка функції Ламберта $W_0(x)$.

В оригінальному вигляді функція Ламберта не виражається через елементарні функції, тому її аналітичне застосування обмежується спеціалізованими бібліотеками та математичними пакетами. Для обчислення W(x) зазвичай використовують такі інструменти:

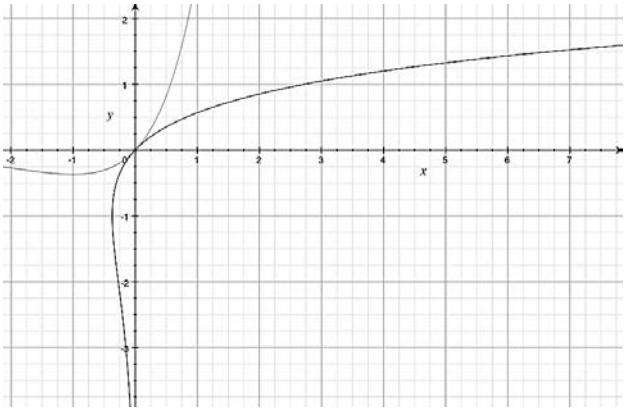

Рис. 1. Графік функції Ламберта

– Python / SciPy: функція scipy.special.lambertw(z) дозволяє обчислювати W-функцію для дійсних та комплексних аргументів.

– Matlab: функція lambertw(k, x) забезпечує обчислення будь-якої гілки функції Ламберта, включно з основною та від’ємною гілкою.

Для роботи з цими інструментами необхідна операційна система, яка їх підтримує, а також достатньо потужне апаратне забезпечення. Пряме обчислення W-функції для визначення ТМП фотогальванічного елемента часто є неефективним з точки зору обчислювальних ресурсів. Тому, незважаючи на те що такі бібліотеки забезпечують точний розв’язок, їх практичне застосування в реальних контролерах слідкування за ТМП є обмеженим.

Одним із способів обчислення функції Ламберта без апроксимації є застосування чисельних методів, таких як ітераційні алгоритми Ньютона–Рафсона або методи бісекції. Ці методи дозволяють знаходити значення W(x) з довільною точністю для будь-якого дійсного або комплексного аргументу. Зокрема, для фотогальванічних систем і однодіодної моделі, чисельне розв’язання похідної ВАХ дозволяє визначити точку максимальної потужності без спрощень у рівнянні.

Проте практичне використання чисельних підходів має суттєві обмеження. Для стандартних умов освітлення та температури аргумент функції Ламберта, що виникає у рівняннях ТМП, може бути дуже великим. Це часто призводить до переповнення пам’яті або виходу чисельного алгоритму за межі допустимих значень, особливо на вбудованих системах або при обмежених обчислювальних ресурсах.

Через ці обмеження чисельні методи, хоча й забезпечують точний розв'язок, виявляються неефективними для практичного застосування в реальних системах управління сонячними елементами.

Для малих значень аргументу x (|x|<<1) функцію Ламберта можна представити у вигляді ряду Тейлора навколо точки x=0. Цей ряд отримується шляхом формального розв'язання рівняння W(x) у вигляді степеневого ряду (2):

$$W(x)=\sum_{n-1}^{\infty}\frac{(-n)^{(n-1)}}{n!}x^{n} \tag{2}$$

Графік, що демонструє збіжність ряду для значень аргументу в околі точки x=0 показано на Рис.2. З цього графіку можна зробити висновок що використання цього методу для значень аргументу більших за 0.3 є неефективним.

Хоча розклад у ряд Тейлора ефективний для малих значень аргументу, у багатьох практичних застосуваннях фотогальванічних систем аргумент функції Ламберта може бути дуже великим. У таких випадках ряд Тейлора збігається повільно або взагалі не дає точного результату, тому для великих x використовують інші методи апроксимації.

Для великих значень x (x>>1) зазвичай використовують асимптотичні апроксимації. Вони ґрунтуються на перетворенні рівняння функції Ламберта (3) з використанням логарифмічних перетворень.

$$W(x)e^{(W(x))}=x \tag{3}$$

У випадку великих x значення W(x) також стає великим, і рівняння можна переписати у вигляді формули (4):

$$W(x)=ln(x)-ln(W(x)) \tag{4}$$

Застосовуючи ітераційний підхід, можна розширювати формулу (4) додаючи поправки до досягнення необхідної точності. Зазвичай, використовують від двох до трьох членів для обчислення функції Ламберта, оскільки подальше розширення буде сильно ускладнювати формулу. Формула з використанням трьох членів розкладу функції Ламберта наведена у виразі (5).

$$W(x)=ln(x)-ln(ln(x))+\frac{ln(ln(x))}{ln(x)} \tag{5}$$

Ця форма забезпечує швидке обчислення функції Ламберта без залучення спеціалізованих бібліотек або чисельних алгоритмів, що спрощує аналітичне знаходження ТМП сонячного елемента. Відносна похибка у відсотках для великих значень представлено на Рис. 3.

Аналіз графіку показує, що така апроксимація забезпечує досить високу точність для великих значень аргументу функції Ламберта x. Водночас відносна похибка на всьому діапазоні x∈[5,1000] залишається невеликою – в межах 1%, що робить цю апроксимацію придатною для практичних розрахунків. Проте, використання цього підходу для значень [1..5] є неефективною, оскільки в цьому діапазоні похибка розрахунків є досить суттєвою.

Взявши за основу формулу (4), автор [6] дослідив можливість заміни еквівалентного розкладу поправок логарифмічної апроксимації на суму членів ряду. Такий підхід дозволяє значно підвищити точність обчислення функції Ламберта, особливо для проміжних та великих значень аргументу, де стандартна логарифмічна апроксимація може давати помітну похибку. Заміна поправок на суму

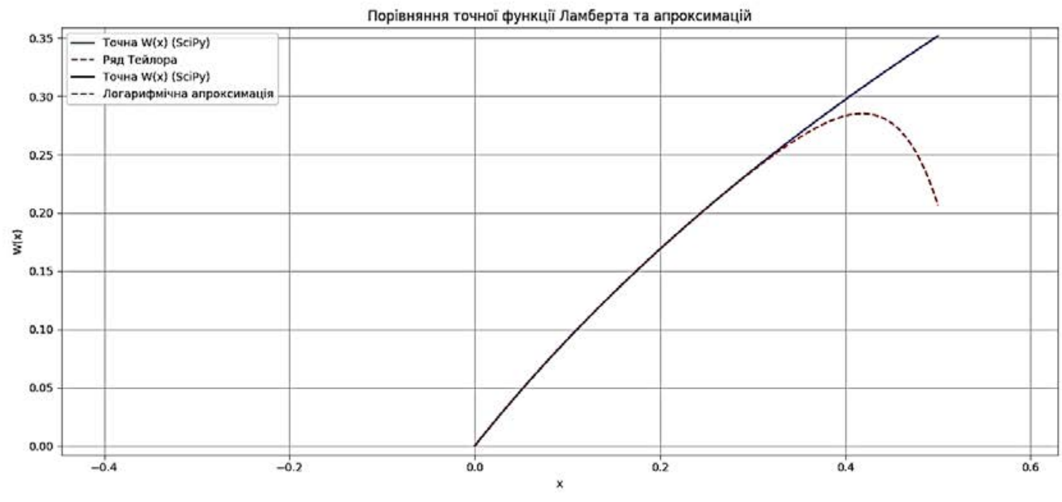

Рис. 2. Порівняння функції Ламберта та апроксимація рядом Тейлора в діапазоні x [0..0.6]

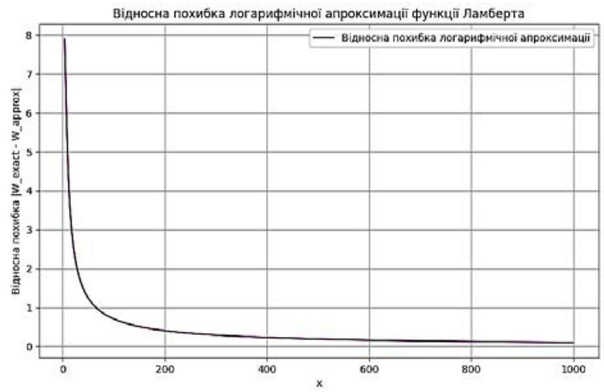

Рис. 3. Відносна похибка функції Ламберта логарифмічною апроксимацією ля великих x

забезпечує кращу збіжність і дозволяє уникнути чисельних нестабільностей, що виникають при прямому використанні асимптотичних формул.

Формула, отримана в результаті дослідження демонструє значно вищу точність. Похибка на всьому діапазоні великих значень є значно меншою, ніж значення обчислене в результаті прямого асимптотичного розкладу. Це демонструє можливість обчислення значення функції Ламберта не ітераційним методом, проте формула (6) отримана в результаті перетворень має доволі вищу складність.

$$W(x) = P * \left(1 - \frac{3+3P+2Q}{4P+1} + \sqrt{\left(\left(\frac{3+3P+2Q}{4P+1}\right)^2 - \frac{6Q}{4P+1}\right)}\right) \quad (6),$$

де P = ln(x), Q=ln(P)=ln(ln(x)).

Графік, зображений на Рис.4. демонструє значне зменшення похибки якщо використовувати формулу (6) для обчислення функції Ламберта.

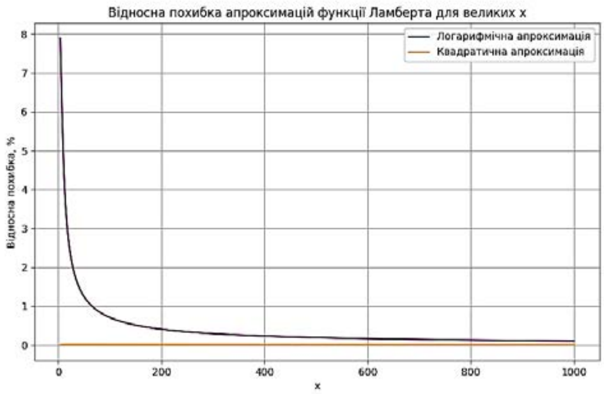

Рис. 4. Відносна похибка функції Ламберта логарифмічною апроксимацією та за формулою (6) ля великих x

Попри високу точність формули (6), використання як формули (5), так і формули (6) у вбудованих системах залишається досить обмеженим. Це пояснюється тим, що обчислення навіть одного логарифму є відносно складною операцією для процесорів мікроконтролерів. Наявність кількох логарифмів у цих формулах значно збільшує обчислювальне навантаження, що може призводити до зниження швидкодії та точності, особливо при обмежених ресурсах пам'яті та обчислювальної потужності. Тому для практичної реалізації вбудованих аналітичних моделей точок максимальної потужності зазвичай застосовують спрощені методи, які дозволяють уникнути прямого обчислення функції Ламберта, зберігаючи при цьому прийнятний рівень точності.

Авторами роботи [5] зазначено, що якщо один із параметрів (струм у точці максимальної потужності або напруга у точці максимальної потужності) є достовірним та може бути апроксимованим, то визначення другого параметра можна здійснити більш простим способом, ніж пряме використання функції Ламберта. Враховуючи недоліки обчислення функції Ламберта, це спрощення є досить ефективним для вбудованих систем.

Використавши формулу однодіодної моделі заміщення (1) без шунтового опору, для умови dP/dV = 0 у точці максимальної потужності (ТМП) рівняння струму-напруги можна перетворити та записати у вигляді рівняння (7), що визначає співвідношення між струмом і напругою у ТМП.

$$I_{mpp} - I_0 \frac{U}{n\varphi_t} e^{\left(\frac{V+I_{mpp}R_s}{n\varphi_t}\right)} = 0 \quad (7)$$

Після математичних перетворень запишемо формулу (7) як ітераційну формулу відносно напруги в точці максимальної потужності. В результаті отримано формулу (8) за якою ітераційним методом можна розв'язати трансцедентне рівняння.

$$V_{mpp} = n\varphi_t ln \frac{I_{mpp} n\varphi_t}{I_0 U} - I_{mpp} R_s \quad (8)$$

Якщо одна із залежностей $U_{mpp}(E)$ або $I_{mpp}(E)$ є достовірною, та може бути апроксимована, знаходження іншого параметру є простішим ніж використання функції Ламберта. На основі наданих експериментальних даних з роботи [5] побудуємо графік залежності напруги в ТМП від освітленості на струму в ТМП від освітленості..

Графік наданих експериментальних даних та апроксимація по струму наведена на Рис.5. Аналізуючи представлений графік дійсно можна зробити висновок, що струм в ТМП можна апроксимувати прямою лінією, тоді як напруга в ТМП не має чіткого характеру залежності. Використовуючи формулу апроксимації струму за освітленості, можна обчислити напругу в ТМП за формулою (8).

Знаючи рівняння прямої I(E) можна обчислити й напругу в ТМП. За цими експериментальними даними апроксимація прямої I(E) може бути обчислена за формулою (9):

$I_{mpp}(E) \approx 4.6663*E + 23.39$ (9)

З врахуванням що $I_{mpp}(E)$ є апроксимована та відома залежність, знаходження напруги в ТМП можна знайти за допомогою ітераційних методів для вирішення трансцедентного рівняння. Цей метод використовує на кожній ітерації лише один логарифм, що істотно зменшує навантаження на процесор, та не вимагає спеціалізованого і досить складного програмного забезпечення.

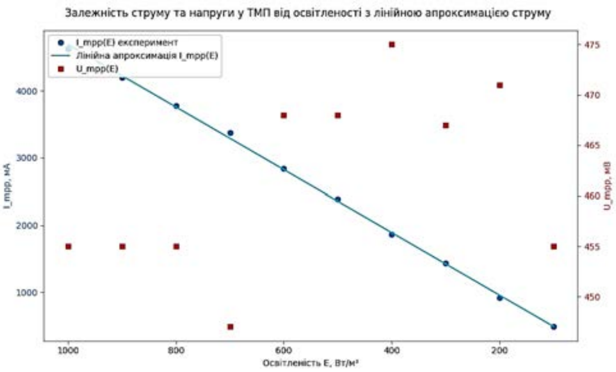

Рис. 5. Графік залежності струму і напруги в ТМП за експериментальними даними

Враховуючи попередні дослідження виконані з розрахунком функції Ламберта [7] виконаємо розрахунки ітераційним методом, та порівняємо отримані результати. Значення параметрів точки максимальної потужності, визначені за допомогою формули однодіодної моделі заміщення, приймемо як еталонні (очікувані), оскільки вони отримані без додаткових спрощень, безпосередньо з вихідної моделі.

E = 1000Вт/м², α = 24.141 мВ, $I_0 = 8.38*10^{-8}$ мА, Rs = 21мОм I_f =5226.76мА. Еталонне положення ТМП 0.434В, розраховане значення за допомогою функції Ламберта 0.434В.

E = 800Вт/м², α = 24.141 мВ, $I_0 = 8.38*10^{-8}$ мА, Rs = 23мОм I_f =4183.64мА. Еталонне положення 0.439В, розраховане значення за допомогою функції Ламберта 0.440В.

E = 600Вт/м², α = 24.141 мВ, $I_0 = 8.38*10^{-8}$ мА, Rs = 23мОм I_f =3140.52мА. ‘ Еталонне положення 0.452В, розраховане значення за допомогою функції Ламберта 0.452В.

За допомогою формули (9) обчисливши наближене значення струму в ТМП і підставивши його в формулу (8) отримаємо значення напруги в ТМП розрахованого ітераційним методом.

E = 1000Вт/м² – 0.429В, E = 800Вт/м² – 0.436В, E = 600Вт/м² – 0.450В.

Порівняння отриманих значень показує, що використання апроксимованої прямої струму та ітераційного методу є ефективним: різниця між розрахованою напругою та еталонним значенням не перевищує 4–5 мВ. При цьому загальна кількість ітерацій для розрахунку не перевищує 5–6.

У дослідженнях зазначених вище [2,3,4] рівняння відносно одного з параметрів ТМП складається не тільки з одної функції Ламберта, а й містить інші операції в рівнянні. Через це навіть незначна похибка в обчисленні W-функції суттєво впливає на кінцевий результат. Отже, обчислене значення W(x) повинно забезпечувати дуже високу точність, щоб гарантувати коректність отриманих параметрів.

Застосування формули (6) дозволяє отримати точний результат, проте її реалізація є досить складною з точки зору обчислень. Це призводить до підвищених вимог до апаратного забезпечення MPPT-контролера, який має виконувати такі складні математичні операції в реальному часі. Крім того, у вищезгаданих дослідженнях аргумент функції Ламберта сам по собі має складну структуру, що додатково збільшує навантаження на обчислювальні ресурси контролера.

Замір часу виконання обчислення функції Ламберта за формулою (6) на сучасному процесорі показав значення приблизно 22–24 мкс, тоді як визначення точки максимальної потужності (ТМП) за спрощеною формулою (8) займає лише 5–6 мкс. Таким чином, використання запропонованого підходу дозволяє знаходити ТМП принаймні в чотири рази швидше, ніж одне лише обчислення функції Ламберта. Враховуючи наявність інших математичних операцій у рівняннях для ТМП, час обчислень із застосуванням W-функції може бути ще суттєво більшим, що підкреслює важливість оптимізації алгоритмів для вбудованих MPPT-контролерів.

Додатковою перевагою спрощеного методу є те, що він не потребує високоточних чисельних методів чи ітерацій, які притаманні обчисленню W-функції, а використовує лише елементарні операції (логарифм, множення, ділення), доступні навіть у контролерах з обмеженими обчислювальними ресурсами. Це робить його більш стабільним і надійним, оскільки відпадає необхідність у виборі гілки W_0 чи W_{-1}, що може призводити до чисельної нестабільності. Крім того, метод можна реалізувати у режимі одинарної точності (float), зменшуючи навантаження на пам’ять і енергоспоживання. У випадках обробки великих масивів даних чи моніторингу цілих фотомодулів це забезпечує додаткову масштабованість і ефективність.

Такий підхід дозволяє ефективно визначати ТМП у вбудованих системах з обмеженими ресурсами, забезпечуючи достатню точність для практичних застосувань фотогальванічних систем.

Висновки. У цьому дослідженні проведено огляд існуючих аналітичних методів визначення точки максимальної потужності (ТМП) сонячного елемента. Більшість таких методів базуються на використанні функції Ламберта для визначення параметрів у ТМП. Проведено аналіз складності її застосування, існуючих методів обчислення та їхніх недоліків, що дозволило зробити висновок про обмежену ефективність використання функції Ламберта у вбудованих системах.

Розглянуто альтернативний підхід визначення ТМП у випадку, коли один із параметрів (струм або напруга) відомий. Він передбачає застосування ітераційного методу, при цьому кількість ітерацій для досягнення точності 10^{-7} не перевищує 5–6. Використання цього методу в контролерах MPPT підвищує ефективність систем та знижує вимоги до обчислювальної потужності. Завдяки відсутності необхідності обчислення складних функцій, метод може бути впроваджений у прості мікроконтролери на базі STM32 або на аналогічні системи.

Запропонований ітераційний підхід також дозволяє значно скоротити час обчислень, що критично для систем із реальним часом роботи. Метод забезпечує достатню точність для практичних застосувань фотогальванічних систем, зберігаючи простоту реалізації на апаратному рівні. Це відкриває можливості для застосування методу у компактних автономних енергосистемах, портативних сонячних пристроях та вбудованих контролерах MPPT для побутових і промислових застосувань.

Список літератури:

1. Singh & Ravindra -Analysis of series and shunt resistance in silicon solar cells using single and double exponential models - https://doi.org/10.1680/EMR.11.00008
2. Tirado-Serrato, J. G., Sanchez Garcia, A., & Maximov, S. Analytical Computation of the Maximum Power Point of Solar Cells Using Perturbation Theory.
3. E. I. Batzelis, I. A. Routsolias, and S. A. Papathanassiou, “An explicit PV string model based on the Lambert W function and simplified MPP expressions for operation under partial shading,” IEEE Transactions on Sustainable Energy, vol. 5, no. 1, pp. 301–312, 2015, doi: 10.1109/TSTE.2013.2272299.
4. E. I. Batzelis, G. E. Kampitsis, S. A. Papathanassiou and S. N. Manias, "Direct MPP Calculation in Terms of the Single-Diode PV Model Parameters," in IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 30, no. 1, pp. 226-236, March 2015, doi: 10.1109/TEC.2014.2356017.
5. Volodymyr Chernenko, Petro Yahanov, Demyd Pekur, Roman Korkishko, Vasyl Kornaga, Viktor Sorokin, Analytical model of light current-voltage characteristics of a solar cell based on experimental data, Solar Energy Advances, Volume 4, 2024,100073, ISSN 2667-1131. https://doi.org/10.1016/j.seja.2024.100073
6. Ольшанський В. П. Про апроксимацію функції Ламберта / В. П. Ольшанський // Наукові записки. – 2020. – Вип. 1. – С. 9. – DOI: 10.20998/2222-0631.2020.1.09. – УДК 517.5.
7. Ткачов А., Яганов П. (2026). Система слідкування за точкою максимальної потужності сонячного елемента для акумуляторних батарей. Herald of Khmelnytskyi National University. Technical Sciences, 361 (1), 470-477. https://doi.org/10.31891/2307-5732-2026-361-65

Tkachov A.K., Yahanov P.O. ANALYSIS OF THE USE OF THE LAMBERT FUNCTION IN MODELING THE MAXIMUM POWER POINT OF SOLAR CELLS AND A SIMPLIFIED ANALYTICAL APPROACH

The paper investigates the application of analytical approaches for determining the maximum power point (MPP) of a solar cell. The analysis revealed that most analytical methods are based on the use of the Lambert function for calculating MPP parameters. The use of such approaches makes it possible to simplify the methodology of MPP tracking and significantly reduce computation time. At the same time, the study examined the possibility of directly applying the Lambert function in Maximum Power Point Tracking (MPPT) controllers. It was shown that the implementation of this approach requires considerable computational resources, which in turn leads to increased cost and power consumption of systems based on high-performance processors. Additionally, methods of approximating the Lambert function, such as series expansion, logarithmic approximation, and extended approximation using the Shanks transformation, were analyzed. These approaches reduce the requirements for computational resources in MPPT controllers, but still remain relatively resource-intensive. Based on this, alternative analytical methods for determining the MPP were investigated and their practical implementation potential was evaluated. The proposed analytical method relies on a different principle of MPP parameter determination and is more suitable for implementation on microcontrollers with limited resources. Although this method requires iterative algorithms, it proved to be significantly more efficient than analytical expressions based on the Lambert function. The obtained results demonstrate that the performance of this approach is at least four times higher compared to methods based on the approximation of the Lambert function. This opens up the possibility of developing more efficient MPPT controllers using conventional microcontroller processors, thereby reducing both the cost and power consumption of such systems.

Keywords: *Solar cell, MPPT, Lambert function, approximation.*

Дата першого надходження статті до видання: 07.02.2026
Дата прийняття статті до друку після рецензування: 02.03.2026
Дата публікації (оприлюднення) статті 11.05.2026